TD4 - Inférence de dépendances

Bases de Données Avancées (BDA)

UCBL - Département Informatique de Lyon 1 – Automne 2025

Objectifs du TD

- Maîtriser les techniques de calcul d'inférence dans les dépendances
- Maîtriser le principe et le calcul de fermeture
- Comprendre le calcul de de couverture minimale réduite d'un ensemble de DF

Exercice 1 : Inférence dans les contraintes

Soit $R = ABCDE$ un schéma de relation muni d'un ensemble Σ de contraintes, et soit σ une contrainte. Pour chaque situation suivante (1.,2. et 3.) démontrez que $\Sigma \models \sigma$, en utilisant uniquement les règles d'inférences rappelées plus loin.

1. $\Sigma = \{ABC \to E; BE \to D; BD \to C\}$
   1. $\sigma = BE \to C$
   2. $\sigma = ABE \to C$
   3. $\sigma = ABDE \to C$
   4. $\sigma = \bowtie [ABCD, ABCE]$
2. $\Sigma = \{A \to E; B \to D; \bowtie [ABC, ADE]\}$
   1. $\sigma = A \to D$
3. Soit $S = FGHIJ$ un deuxième schéma de relation. $\Sigma = \{ABE \subseteq FJH; H \to J; E \to AC; B \to D\}$
   1. $\sigma = E \to R$ (E est une clé de R).
4. Refaites les problèmes 1. en vous appuyant cette fois sur l'opérateur de fermeture dans les DF ($X^+ = \{A \in R \mid \Sigma \models X \to A\}$).
5. En vous appuyant cette fois sur la technique de la poursuite, refaites les problèmes 1.1, 1.4 et 2.1.

Exercice 2 : Pas si simple

1. Soit (R, Σ) avec $R = ABC$ et $\Sigma = \{AB \to C; \bowtie [AB, AC]\}$
   1. Dans quelle forme normale "semble" se trouver (R, Σ) si on ne fait aucune inférence ?
   2. Démontrer que $\Sigma' = \{A \to C\}$ et Σ sont sémantiquement équivalents.
   3. Finalement, dans quelle forme normale se trouve (R, Σ) ? Donner une décomposition en $5FN$.

Exercice 3 : Propriétés de la fermeture et calcul des fermés

Soit (R, Σ) un ensemble d'attributs munis d'un ensemble de DF. On rappelle l'opérateur de fermeture défini par :

$^+ : P(R) \longrightarrow P(R)\ X \mapsto X^+ = \{A \in R \mid \Sigma \models X \to A\}$

1. Démontrer que la fermeture $.^+$ respecte les propriétés suivantes :

   Extensive $X \subseteq X^+$

   Croissante $X \subseteq Y \Rightarrow X^+ \subseteq Y^+$

   Idempotente $(X^+)^+ = X^+$

2. Calculer l'ensemble des fermés $Cl(\Sigma) = \{X^+ \mid X \subseteq R\}$ pour l'ensemble des DF Σ donné ci-dessous. Vous procéderez en explorant les ensembles de taille 1, puis de taille 2 etc... Quelle attitude adopter quand on rencontre une clé dans cette exploration ?

$BC \to A$	$D \to BE$
$AC \to B$	$B \to DE$
$AE \to C$	$C \to E$

Exercice 4 : Couvertures minimales

1. Soient $\Sigma_1 = \{A \to C, AC \to D, E \to AD, E \to F\}$ et $\Sigma_2 = \{A \to CD, E \to AF\}$. Déterminer si chaque DF de Σ_2 peut être inférée par Σ_1 et réciproquement.
2. En utilisant l'algorithme vu en cours déterminer une couverture minimale de Σ_1. Comparer la couverture ainsi obtenue à Σ_2.
3. En utilisant le même algorithme déterminer si $\Sigma = \{A \to BC, D \to E, C \to D\}$ est minimal en nombre de DF.

Exercice 5 : couverture minimale et réduite

Soit Σ l'ensemble de DFs $\Sigma = \{A \to B; A \to C; D \to E; C \to D; B \to C; BC \to A\}$

1. Donner une couverture minimale de Σ en utilisant l'algorithme vu en cours.
2. Réduire la couverture minimum en appliquant l'algorithme de réduction des parties droites et gauches vu en cours.

Exercice 6 : couverture minimale et réduite

Soit l'ensemble Σ de DF sur le schéma $R = ABCDEFG$: $\Sigma = \{ABC \to D, B \to A, E \to B, CE \to D\}$

1. Démontrer que Σ n'est ni optimum, ni minimum, ni non-redondante.
2. Calculer une couverture minimale et réduite de F.

Règles d'inférences pour les DF

$$\frac{Y \subseteq X}{X \to Y}\ \sigma_R \text{ (réflexivité)}$$

$$\frac{X \to Y}{WX \to WY}\ \sigma_A \text{ (augmentation)}$$

$$\frac{X \to Y \qquad Y \to Z}{X \to Z}\ \sigma_T \text{ (transitivité)}$$

Règles d'inférences pour les DJ de taille 2

$$\frac{}{\bowtie [X, R]}\ \text{Réflexivité}$$

$$\frac{\bowtie [X_1, X_2]}{\bowtie [X_2, X_1]}\ \text{Permutation}$$

$$\frac{\bowtie [XY, X-] \qquad \bowtie [YY', Y-]}{\bowtie [X(Y' - Y), X-]}\ \text{quasi-transitivité}$$

$$\frac{\bowtie [XY, X-]}{\bowtie [XYZ, XZ-]}\ \text{Augmentation}$$

Règles d'inférences pour les DI

$$\frac{}{R[X] \subseteq R[X]}\ \text{Réflexivité}$$

$$\frac{R[A_1 ... A_n] \subseteq S[B_1 ... B_n]}{R[A_{\sigma(1)} ... A_{\sigma(k)}] \subseteq S[B_{\sigma(1)} ... B_{\sigma(k)}]}\ \text{Permutation et projection}$$

$$\frac{R[X] \subseteq S[Y] \qquad S[Y] \subseteq T[Z]}{R[X] \subseteq T[Z]}\ \text{Transitivité}$$

Interactions DF et DJ de taille 2

$$\frac{X \to Y}{\bowtie [XY, X-]}\ \text{Conversion}$$

$$\frac{\bowtie [XY, X-] \qquad XY \to Z}{X \to Z - Y}\ \text{Quasi-transitivité mixte}$$

Interactions DF et DI

$$\frac{R[XY] \subseteq S[TU] \qquad S : T \to U}{R : X \to Y}\ \text{Pullback}$$

$$\frac{R[XY] \subseteq S[TU] \qquad R[XZ] \subseteq S[TV] \qquad S : T \to U}{R[XYZ] \subseteq S[TUV]}\ \text{Collection}$$