Bases de Données avancées
Inférence de dépendances

Travaux dirigés

17 octobre 2023

Exercice 1 : Inférence dans les contraintes

Soit $R = ABCDE$ un schéma de relation. Dans chaque cas suivant, démontrez que $\Sigma \models \sigma$, en utilisant uniquement les règles d'inférences rappelées plus loin.

1. $\Sigma = \{ABC \to E; BE \to D; BD \to C\}$
   1. $\sigma = BE \to C$
   2. $\sigma = ABE \to C$
   3. $\sigma = ABDE \to C$
   4. $\sigma = \bowtie \{ABCD, ABCE\}$
2. $\Sigma = \{A \to E; B \to D; \bowtie /ABC, ADE/\}$
   1. $\sigma = A \to D$
3. Soit $S = FGHIJ$ un deuxième schéma de relation. $\Sigma = \{ABE \subseteq FJH; H \to J; E \to AC; B \to D\}$
   1. $\sigma = E \to R$ (E est une clé de R).
4. Refaites la question 1 en vous appuyant sur l'opérateur de fermeture dans les DF ($X^+ = \{A \in R \mid \Sigma \models X \to A\}$).
5. En vous appuyant cette fois sur la technique de la poursuite, refaites les questions 1.1, 1.4 et 2.1.

Exercice 2 : Pas si simple (fait en cours)

1. Démontrez que la règle de conversion des DF en DJ est correcte.
2. Soit (R, Σ) avec $R = ABC$ et $\Sigma = \{AB \to C; \bowtie \{AB, AC\}\}$
   1. Dans quelle forme normale "semble" se trouver (R, Σ) si on ne fait aucune inférence ?
   2. Démontrer que $\Sigma' = \{A \to C\}$ est une couverture de Σ.
   3. Finalement, dans quelle forme normale se trouve (R, Σ) ? Donner une décomposition en $5FN$.

Exercice 3 : Propriétés de la fermeture et calcul des fermés (fait en cours)

Soit (R, Σ) un ensemble d'attributs munis d'un ensemble de DF. On rappelle l'opérateur de fermeture défini par :

$^+ : P(R) \longrightarrow P(R)\ X \mapsto X^+ = \{A \in R \mid \Sigma \models X \to A\}$

1. Démontrer que la fermeture $.^+$ respecte les propriétés suivantes :

   Extensive $X \subseteq X^+$

   Croissante $X \subseteq Y \Rightarrow X^+ \subseteq Y^+$

   Idempotente $(X^+)^+ = X^+$
2. Prouver que pour tout ensemble d'attributs Y, si $X \subseteq Y \subseteq X^+$ alors $Y^+ = X^+$

3. Calculer l'ensemble des fermés $Cl(\Sigma) = \{X^+ \mid X \subseteq R\}$ pour l'ensemble des DF Σ donné ci-dessous. Vous procéderez en explorant les ensembles de taille 1, puis de taille 2 etc... Quelle attitude adopter quand on rencontre une clé dans cette exploration ?

$$\begin{array}{ll} BC \rightarrow A & D \rightarrow BE \\ AC \rightarrow B & B \rightarrow DE \\ AE \rightarrow C & C \rightarrow E \end{array}$$

Exercice 4 : Couvertures minimales

1. Soient $\Sigma_1 = \{A \rightarrow C, AC \rightarrow D, E \rightarrow AD, E \rightarrow F\}$ et $\Sigma_2 = \{A \rightarrow CD, E \rightarrow AF\}$. Déterminer si chaque DF de Σ_2 peut être inférée par Σ_1 et réciproquement.
2. En utilisant l'algorithme vu en cours déterminer une couverture minimale de Σ_1. Comparer la couverture ainsi obtenue à Σ_2.
3. En utilisant le même algorithme déterminer si $\Sigma = \{A \rightarrow BC, D \rightarrow E, C \rightarrow D\}$ est minimal en nombre de DF.

Exercice 5 : couverture minimale et réduite

Soit Σ l'ensemble de DFs $\Sigma = \{A \rightarrow B; A \rightarrow C; D \rightarrow E; C \rightarrow D; B \rightarrow C; BC \rightarrow A\}$

1. Donner une couverture minimale de Σ en utilisant l'algorithme vu en cours.
2. Réduire la couverture minimum en appliquant l'algorithme de réduction des parties droites et gauches vu en cours.

Exercice 6 : couverture minimale et réduite

Soit l'ensemble Σ de DF sur le schéma $R = ABCDEFG$: $\Sigma = \{ABC \rightarrow D, B \rightarrow A, E \rightarrow B, CE \rightarrow D\}$

1. Démontrer que Σ n'est ni optimum, ni minimum, ni non-redondante.
2. Calculer une couverture minimale et réduite de F.

Règles d'inférences pour les DF

$$\frac{Y \subseteq X}{X \rightarrow Y}\ \sigma_R \text{ (réflexivité)}$$

$$\frac{X \rightarrow Y}{WX \rightarrow WY}\ \sigma_A \text{ (augmentation)}$$

$$\frac{X \rightarrow Y \qquad Y \rightarrow Z}{X \rightarrow Z}\ \sigma_T \text{ (transitivité)}$$

Règles d'inférences pour les DJ de taille 2

$$\frac{}{\bowtie \{X, R\}}\ \text{Réflexivité}$$

$$\frac{\bowtie \{X_1, X_2\}}{\bowtie \{X_2, X_1\}}\ \text{Permutation}$$

$$\frac{\bowtie \{XY, X-\} \qquad \bowtie \{YY', Y-\}}{\bowtie \{X(Y'-Y), X-\}}\ \text{quasi-transitivité}$$

$$\frac{\bowtie \{XY, X-\}}{\bowtie \{XYZ, XZ-\}}\ \text{Augmentation}$$

Règles d'inférences pour les DI

$$\frac{}{R[X] \subseteq R[X]}\ \text{Réflexivité}$$

$$\frac{R[A_1 ... A_n] \subseteq S[B_1 ... B_n]}{R[A_{\sigma(1)} ... A_{\sigma(k)}] \subseteq S[B_{\sigma(1)} ... B_{\sigma(k)}]}\ \text{Permutation et projection}$$

$$\frac{R[X] \subseteq S[Y] \qquad S[Y] \subseteq T[Z]}{R[X] \subseteq T[Z]}\ \text{Transitivité}$$

Interactions DF et DJ de taille 2

$$\frac{X \rightarrow Y}{\bowtie \{XY, X-\}}\ \text{Conversion}$$

$$\frac{\bowtie \{XY, X-\} \qquad XY \rightarrow Z}{X \rightarrow Z - Y}\ \text{Quasi-transitivité mixte}$$

Interactions DF et DI

$$\frac{R[XY] \subseteq S[TU] \qquad S : T \rightarrow U}{R : X \rightarrow Y}\ \text{Pullback}$$

$$\frac{R[XY] \subseteq S[TU] \qquad R[XZ] \subseteq S[TV] \qquad S : T \rightarrow U}{R[XYZ] \subseteq S[TUV]}\ \text{Collection}$$